Département de génie électrique et de génie informatique
Faculté des sciences et de génie

MAT-19961 CALCUL MATRICIEL EN GÉNIE

Solutions - Devoir #1

1.2.16

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 0 & -8 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & -1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} (1) & 0 & -5 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & (1) & 4 & -1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice est maintenant sous forme échelon réduit. Les positions pivots sont les 1 entre parenthèses (1). Les colonnes pivots sont les colonnes 1, 2 5. Donc x_3 et x_4 sont des variables libres. Le système d'équations est:

x_1 - 5x_3 = 3
x_2 + 4x_3 - x_4 = 6
x_3 libre
x_4 libre
x_5 = 0

ou

x_1 = 3 + 5x_3
x_2 = 6 - 4x_3 + x_4
x_3 libre
x_4 libre
x_5 = 0

2.1.2

$$A + B = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3C - E: indéfinie, car ces 2 matrices n'ont pas les mêmes dimensions.

$$CB = \begin{bmatrix} 19 & -8 & 1 \\ 4 & -16 & -4 \end{bmatrix}$$

EB: indéfinie, car le nombre de colonnes de E est différent du nombre de lignes de B.

2.1.18

Les deux premières colonnes de AB sont $A\mathbf{b_1}$ et $A\mathbf{b_2}$. Elles sont égales car $\mathbf{b_1}$ et $\mathbf{b_2}$ sont égales.

2.1.34 [M]

La commande pour créer une matrice 6 * 4 avec des entrées aléatoires est:

```
rand(6,4)
```

Une commande pour créer une matrice 3 * 3 avec des entrées entières entre 9 et -9 est:

```
round(19 * (rand(3,3) - 0.5))
```

ou encore:

```
round(9 * (2 * rand(3,3) - 1))
```

2.1.36 [M]

```
>> A = rand(4,4)

A =

     0.0501    0.1254    0.6295    0.8886
     0.7615    0.0159    0.7362    0.2332
     0.7702    0.6885    0.7254    0.3063
     0.8278    0.8682    0.9995    0.3510

>> B=rand(4,4)

B =

     0.5133    0.8415    0.4679    0.5717
     0.5911    0.2693    0.2872    0.8024
     0.8460    0.4154    0.1783    0.0331
     0.4121    0.5373    0.1537    0.5344
```

Vérification de $(A + B)^T = A^T + B^T$

```
>> (A + B)'

ans =

     0.5634    1.3526    1.6162    1.2399
     0.9669    0.2852    1.1038    1.4056
     1.0975    1.0234    0.9037    1.1532
     1.4602    1.0356    0.3394    0.8855

>> A' + B'
```

```
ans =

     0.5634    1.3526    1.6162    1.2399
     0.9669    0.2852    1.1038    1.4056
     1.0975    1.0234    0.9037    1.1532
     1.4602    1.0356    0.3394    0.8855
```

Vérification de $(AB)^T = A^T B^T$

```
>> (A*B)'

ans =

     0.9986    1.1192    1.5422    1.9283
     0.8149    1.0762    1.2995    1.5342
     0.3083    0.5280    0.7346    0.8689
     0.6249    0.5970    1.1804    1.3905

>> (A')*(B')

ans =

     1.5001    1.1202    0.5234    0.9906
     0.8962    0.9728    0.2641    0.6301
     1.8534    1.5807    1.0008    1.3007
     0.9963    0.9577    0.9148    0.7261
```

On se rend compte que l'égalité $(AB)^T = A^T B^T$ est fausse alors que l'égalité $(A + B)^T = A^T + B^T$ est vraie.

2.2.38 [M]

```
>> A = [1/6 1/2 1/3; 1/2 1/4 1/4; 1/3 1/4 5/12]

A =

     0.1667    0.5000    0.3333
     0.5000    0.2500    0.2500
     0.3333    0.2500    0.4167

>> A^30

ans =

     0.3333    0.3333    0.3333
     0.3333    0.3333    0.3333
     0.3333    0.3333    0.3333
```

On se rend compte que les matrices approchent avec de plus en plus de précision la matrice précédente.

2.2.14

$(B - C)\, A = 0$

=> $(B - C) AA^{-1} = 0 A^{-1}$

=> $(B - C) I = 0$

=> $B - C = 0$

=> $B = C$

2.2.30

$$\begin{bmatrix} A & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & A^{-1} \end{bmatrix}$$

Donc $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$

2.2.42[M]

```
y =

     0
     0
     0
     0.0300

>> (inv(D)) * y

ans =

      -4.0000
     7.0000
     -13.0000
     16.0000
```

On a donc:

$$\mathbf{f} = D^{-1}\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \\ -13 \\ 16 \end{bmatrix} \text{ Newtons.}$$

Ces entrées sont égales à 0.03 fois les entrées de la 4ème colonne de D^{-1}:

```
>> inv(D)
```

```
ans =

      533.3333  -433.3333   233.3333  -133.3333
     -433.3333   695.8333  -470.8333   233.3333
      233.3333  -470.8333   695.8333  -433.3333
     -133.3333   233.3333  -433.3333   533.3333
```

Explication:

La solution de $D\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ est la 4ème colonne de D^{-1}. En multipliant les 2 côtés de cette équation par 0.03, on obtient:

$$D(0.03\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.03 \end{bmatrix}$$

Donc 0.03**x** est la solution de $D\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.03 \end{bmatrix}$