Département de génie électrique et de génie informatique P. Fortier
Faculté des sciences et de génie

MAT-19961 Calcul matriciel en génie

Solutions - Devoir 3

1) (2.3.6) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 7 & 3 \\ 1 & 7 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

   Cette matrice n'est donc pas équivalente en ligne avec la matrice identité. Par le théorème sur les matrices réversibles (propriétés des matrices réversibles), cette matrice n'est donc pas réversible.

2) D'après le théorème sur les matrices réversibles, si toutes les colonnes de A sont linéairement indépendantes (une matrice $n \times n$ possède n colonnes), alors le système $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ a toujours une solution. Il est donc impossible de trouver un vecteur $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n$ tel que $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ n'ait pas de solution.

3) La matrice standard de T est donnée par

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$$

   Cette matrice est réversible. On peut facilement calculer

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

   T est réversible puisque sa matrice standard est réversible. La transformation linéaire inverse est celle qui correspond à A^{-1}.

$$S(x_1, x_2) = \left(\frac{5}{2}x_1 - \frac{3}{2}x_2, 3x_1 - 2x_2\right)$$

4) (2.5.2)

$$L\mathbf{y} = \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix},\ U\mathbf{x} = \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. (2.5.16)

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{2} & -6 & 6 \\ \mathbf{-4} & 5 & -7 \\ \mathbf{3} & 5 & -1 \\ \mathbf{-6} & 4 & -8 \\ \mathbf{8} & -3 & 9 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & -6 & 6 \\ 0 & \mathbf{-7} & 5 \\ 0 & \mathbf{14} & -10 \\ 0 & \mathbf{-14} & 10 \\ 0 & \mathbf{21} & 15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & -6 & 6 \\ 0 & -7 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = U$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & -2 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Matrice de transfert d'une résistance en série: $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -R_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Matrice de transfert d'une résistance en parallèle: $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix}$.

La matrice de transfert demandée est $A = \begin{bmatrix} 5/2 & -3 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$.

Le circuit de la page 138 du livre (résistance en série suivie d'une résistance en parallèle) ne convient pas puisqu'il faudrait que A ait un “1” dans le coin supérieur gauche. Calculons plutôt la matrice de transfert correspondant à une résistance en parallèle suivie d'une résistance en série.

$$A_1A_2 = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} & -R_1 \\ -\frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix}$$

On a bien un “1” dans le coin inférieur droit. On obtient $R_1 = 3$ ohms et $R_2 = 2$ ohms. On vérifie bien que $1 + R_1/R_2 = 5/2 = 1 + 3/2$.

7. (2.5.31)

```
>>A

A =
```

```
     4    -1    -1     0     0     0     0     0
    -1     4     0    -1     0     0     0     0
    -1     0     4    -1    -1     0     0     0
     0    -1    -1     4     0    -1     0     0
     0     0    -1     0     4    -1    -1     0
     0     0     0    -1    -1     4     0    -1
     0     0     0     0    -1     0     4    -1
     0     0     0     0     0    -1    -1     4

>>b'

ans =

     5    15     0    10     0    10    20    30

>>[L,U]=lu(A)

L =

  Columns 1 through 7

    1.0000         0         0         0         0         0         0
   -0.2500    1.0000         0         0         0         0         0
   -0.2500   -0.0667    1.0000         0         0         0         0
         0   -0.2667   -0.2857    1.0000         0         0         0
         0         0   -0.2679   -0.0833    1.0000         0         0
         0         0         0   -0.2917   -0.2921    1.0000         0
         0         0         0         0   -0.2697   -0.0861    1.0000
         0         0         0         0         0   -0.2948   -0.2931

  Column 8

         0
         0
         0
         0
         0
         0
         0
    1.0000


U =

  Columns 1 through 7
```

```
    4.0000   -1.0000   -1.0000         0         0         0         0
         0    3.7500   -0.2500   -1.0000         0         0         0
         0         0    3.7333   -1.0667   -1.0000         0         0
         0         0         0    3.4286   -0.2857   -1.0000         0
         0         0         0         0    3.7083   -1.0833   -1.0000
         0         0         0         0         0    3.3919   -0.2921
         0         0         0         0         0         0    3.7052
         0         0         0         0         0         0         0

  Column 8

         0
         0
         0
         0
         0
   -1.0000
   -1.0861
    3.3868

>>y=L\b;
>>x=U\y

x =

    3.9569
    6.5885
    4.2392
    7.3971
    5.6029
    8.7608
    9.4115
   12.0431

>>inv(A)

ans =

  Columns 1 through 7

    0.2953    0.0866    0.0945    0.0509    0.0318    0.0227    0.0100
    0.0866    0.2953    0.0509    0.0945    0.0227    0.0318    0.0082
    0.0945    0.0509    0.3271    0.1093    0.1045    0.0591    0.0318
    0.0509    0.0945    0.1093    0.3271    0.0591    0.1045    0.0227
    0.0318    0.0227    0.1045    0.0591    0.3271    0.1093    0.0945
```

```
  0.0227    0.0318    0.0591    0.1045    0.1093    0.3271    0.0509
  0.0100    0.0082    0.0318    0.0227    0.0945    0.0509    0.2953
  0.0082    0.0100    0.0227    0.0318    0.0509    0.0945    0.0866

 Column 8

  0.0082
  0.0100
  0.0227
  0.0318
  0.0509
  0.0945
  0.0866
  0.2953
```

Facultatif, pour vérifier la méthode d'inversion des matrices:

```
>>inv(A)-inv(U)*inv(L)

ans =

 1.0e-016 *

 Columns 1 through 7

  0.5551         0         0         0         0         0         0
       0    0.5551    0.0694    0.1388   -0.0347         0         0
       0    0.1388         0         0         0         0         0
       0         0         0         0         0         0         0
       0   -0.0347         0   -0.0694         0         0         0
       0    0.0694    0.0694         0    0.1388    0.5551         0
       0    0.0173         0         0         0         0         0
       0    0.0173   -0.0347         0         0         0         0

 Column 8

       0
       0
       0
       0
       0
       0
       0
       0
```

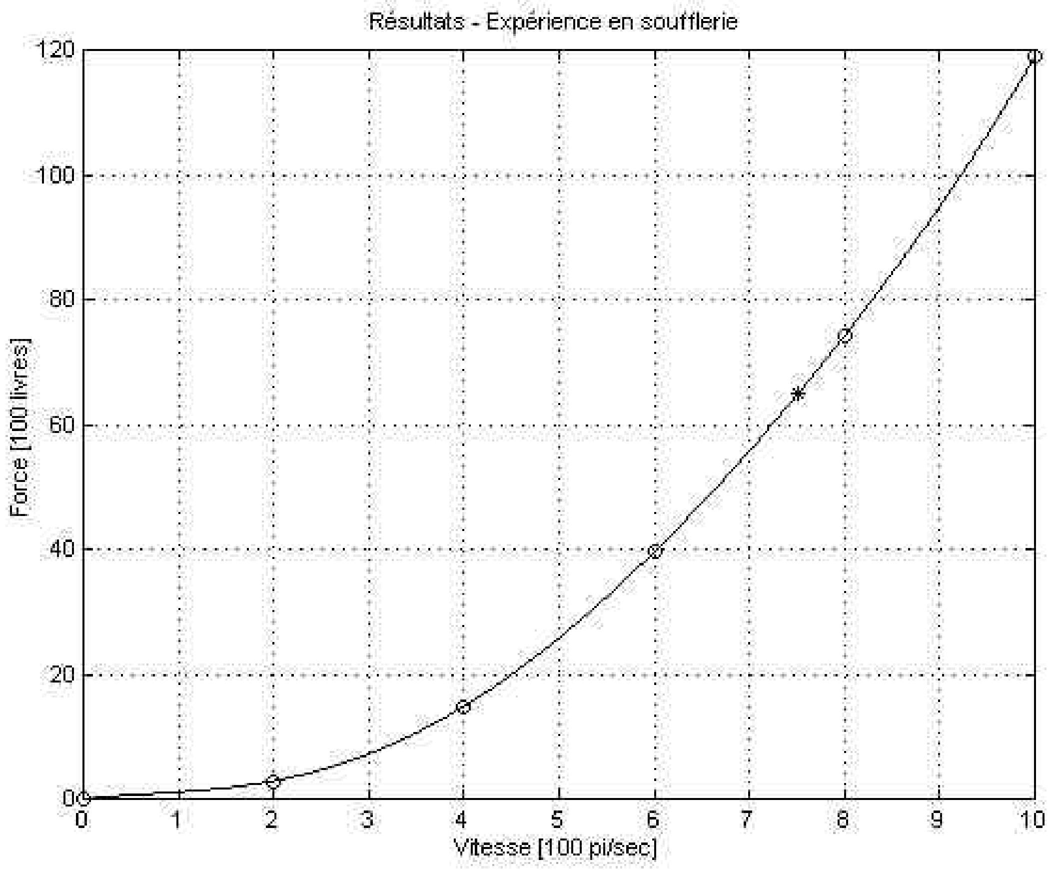
8. Voici le script:

```
v=[0:2:10];
f=[0 2.9 14.8 39.6 74.3 119];
A=[v'.^0 v' v'.^2 v'.^3 v'.^4 v'.^5];
p1=A\f';
p1=p1([6:-1:1]);
v1=polyval(p1,a)
p2=polyfit(v,f,5);
x=linspace(0,10,1000);
plot(x, polyval(p2,x), v, f, 'o', a, v1, '*')
grid
title('Résultats - Expérience en soufflerie')
xlabel('Vitesse [100 pi/sec]')
ylabel('Force [100 livres]')
```

Ce script est dans le fichier prob8.m.

Dans Matlab, on fait donc:

```
>>a=7.5

a =

    7.5000

>>prob8

v1 =

   64.8384
```


Résultats - Expérience en soufflerie
Force [100 livres]
Vitesse [100 pi/sec]
0
20
40
60
80
100
120
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10