Département de génie électrique et de génie informatique
Faculté des sciences et de génie

MAT-19961 CALCUL MATRICIEL EN GÉNIE

Solutions - Devoir #8

5.6.6

$$A = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 \\ -0.5 & 1.2 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres sont 0.9 et 0.7, et les vecteurs propres sont: $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Ainsi:

$$\mathbf{x}_k = c_1 (0.9)^k \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} + c_2 (0.7)^k \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x}_k$ tend vers 0 quand k tend vers l'infini. Ainsi, les deux populations périssent.

Si $p = 0.4$, les valeurs propres sont 1 et 0.6, et:

$$\mathbf{x}_k = c_1 (1)^k \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + c_2 (0.7)^k \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \to c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ quand } k \to \infty$$

Ainsi, pour chaque hibou, il y a 2 milliers d'écureuils volants.

5.6.8

L'origine est un point de selle car au moins une valeur propre de A est plus petite que 1, et au moins une valeur propre de A est plus grande que 1.

La direction de la plus grande répulsion est la droite passant par l'origine et (1,0,-3). La direction de la plus grande attraction est la droite passant par l'origine et (-3,-3,7).

5.6.16

```
>> A=[.9 .01 .09;.01 .9 .01;.09 .09 .9]
```

```
>> eig(A)

ans =

    1.0000
    0.8100
    0.8900
```

On trouve:

$$\mathbf{x}_k = c_1(1)^k \begin{bmatrix} 0.435 \\ 0.091 \\ 0.474 \end{bmatrix} + c_2(0.89)^k \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_3(0.81)^k \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5.6.18

a)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.42 \\ 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0.95 \end{bmatrix}$$

b)

```
>> A=[0 0 0.42;0.6 0 0;0 0.75 0.95];
>> eig(A)

ans =

  -0.0774 + 0.4063i
  -0.0774 - 0.4063i
   1.1048
```

A possède une valeur propre plus grande que 1, soit 1.105 environ (les modules des deux autres valeurs propres complexes sont inférieurs a 1). Donc le troupeau s'accroit en nombre, selon le facteur 1.105.

Le vecteur propre correspondant à la valeur propre 1.105 est: $\begin{bmatrix} 38 \\ 21 \\ 100 \end{bmatrix}$.

Donc pour 100 adultes, il y a 38 veaux et 21 jeunes.

Exercice Matlab

On ne demandait pas de calculer la solution d'un système dynamique, mais bien de tracer le déplacement des deux composantes du vecteur $\mathbf{x}_k$, pour $k = 0,1,2,...$

Il y avait plusieurs solutions possibles. J'ai choisi de faire une fonction prenant comme argument la matrice A, une matrice $X0$ dont les 8 colonnes sont les conditions initiales pour les 8 trajectoires, et n, le nombre d'itérations demandé.

```
function traject2(A,X0,n)

% On suppose huit conditions initiales

T=X0;
TT=T;

for i=1:n
  TT=A*TT;
  T=[T;TT];
end

clf      % efface la figure précédente
hold on  % permet d'utiliser "plot" plusieurs fois

u=[-2 2 -2 2];
axis(u)   % Impose les axes pour le graphique

plot(T(1:2:2*n+1,1), T(2:2:2*n+2,1), 'o')
plot(T(1:2:2*n+1,1), T(2:2:2*n+2,1))
plot(T(1:2:2*n+1,2), T(2:2:2*n+2,2), 'o')
plot(T(1:2:2*n+1,2), T(2:2:2*n+2,2))
plot(T(1:2:2*n+1,3), T(2:2:2*n+2,3), 'o')
plot(T(1:2:2*n+1,3), T(2:2:2*n+2,3))
plot(T(1:2:2*n+1,4), T(2:2:2*n+2,4), 'o')
plot(T(1:2:2*n+1,4), T(2:2:2*n+2,4))
plot(T(1:2:2*n+1,5), T(2:2:2*n+2,5), 'o')
plot(T(1:2:2*n+1,5), T(2:2:2*n+2,5))
plot(T(1:2:2*n+1,6), T(2:2:2*n+2,6), 'o')
plot(T(1:2:2*n+1,6), T(2:2:2*n+2,6))
plot(T(1:2:2*n+1,7), T(2:2:2*n+2,7), 'o')
plot(T(1:2:2*n+1,7), T(2:2:2*n+2,7))
plot(T(1:2:2*n+1,8), T(2:2:2*n+2,8), 'o')
plot(T(1:2:2*n+1,8), T(2:2:2*n+2,8))

grid
hold off
```