

MAT-19961 Calcul matriciel en génie

Solutions - Devoir 2

2.1.20)

Si la 2e colonne de B est nulle, alors la 2e colonne de AB est aussi nulle.

$$\begin{aligned} AB &= A[\mathbf{b}_1 \mathbf{b}_2 \dots \mathbf{b}_n] \\ &= A[\mathbf{b}_1 \mathbf{0} \dots \mathbf{b}_n] \\ &= [A\mathbf{b}_1 A\mathbf{0} \dots A\mathbf{b}_n] \\ &= [A\mathbf{b}_1 \mathbf{0} \dots A\mathbf{b}_n] \end{aligned}$$

2.1.24)

Si $AD = I_n$, alors \mathbf{y} satisfait $(AD)\mathbf{y} = \mathbf{y}$, et donc $A(D\mathbf{y}) = \mathbf{y}$. Le vecteur $\mathbf{x} = D\mathbf{y}$ est une solution de $A\mathbf{x} = \mathbf{y}$.

2.1.32)

$$(A\mathbf{B}\mathbf{x})^T = \mathbf{x}^T(AB)^T = \mathbf{x}^T B^T A^T$$

2.2.6)

$$\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -6 & 13 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{39 - 42} \begin{bmatrix} 13 & 7 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13/3 & -7/3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

La solution du système est donnée par:

$$\begin{bmatrix} -13/3 & -7/3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52-7 \\ 8-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 7 \end{bmatrix}$$

2.2.8)

```
>>A=rand(5)
```

```
A =
```

```
0.9501 0.7621 0.6154 0.4057 0.0579  
0.2311 0.4565 0.7919 0.9355 0.3529  
0.6068 0.0185 0.9218 0.9169 0.8132  
0.4860 0.8214 0.7382 0.4103 0.0099  
0.8913 0.4447 0.1763 0.8936 0.1389
```

```
>>b1=rand(5,1)
```

```
b1 =
```

```
0.2028  
0.1987  
0.6038  
0.2722  
0.1988
```

```
>>b2=rand(5,1)
```

```
b2 =
```

```
0.0153  
0.7468  
0.4451  
0.9318  
0.4660
```

```
>>b3=rand(5,1)
```

```
b3 =
```

```
0.4186  
0.8462  
0.5252  
0.2026  
0.6721
```

```
>>b4=rand(5,1)
```

b4 =

0.8381
0.0196
0.6813
0.3795
0.8318

>>C=inv(A)

C =

10.9157 7.0952 -3.0741 -11.9832 -3.7273
-38.3070 -30.4335 12.7347 44.9730 15.5357
30.3119 24.1962 -10.0050 -34.2520 -13.0995
10.5097 10.0318 -4.3202 -13.2617 -3.6326
-53.4866 -43.3430 19.4471 61.7013 21.3738

>>C*b1

ans =

-2.2355
9.2038
-7.0138
-2.8158
13.3273

>>C*b2

ans =

-8.8060
31.5018
-23.9416
-8.3210
42.9251

>>C*b3

ans =

4.0260
-15.5473
12.1655
5.4912
-21.9876

```
>>C*b4
```

```
ans =
```

```
-0.4541  
5.9612  
-4.8301  
-1.9919  
8.7626
```

```
>>M=[A b1 b2 b3 b4]
```

```
M =
```

```
Columns 1 through 7
```

```
0.9501 0.7621 0.6154 0.4057 0.0579 0.2028 0.0153  
0.2311 0.4565 0.7919 0.9355 0.3529 0.1987 0.7468  
0.6068 0.0185 0.9218 0.9169 0.8132 0.6038 0.4451  
0.4860 0.8214 0.7382 0.4103 0.0099 0.2722 0.9318  
0.8913 0.4447 0.1763 0.8936 0.1389 0.1988 0.4660
```

```
Columns 8 through 9
```

```
0.4186 0.8381  
0.8462 0.0196  
0.5252 0.6813  
0.2026 0.3795  
0.6721 0.8318
```

```
>>rref(M)
```

```
ans =
```

```
Columns 1 through 7
```

```
1.0000 0 0 0 0 -2.2355 -8.8060  
0 1.0000 0 0 0 9.2038 31.5018  
0 0 1.0000 0 0 -7.0138 -23.9416  
0 0 0 1.0000 0 -2.8158 -8.3210  
0 0 0 0 1.0000 13.3273 42.9251
```

Columns 8 through 9

```
4.0260 -0.4541
-15.5473 5.9612
12.1655 -4.8301
5.4912 -1.9919
-21.9876 8.7626
```

On constate que c'est plus rapide en utilisant la commande rref.

2.2.20)

On calcule les transposées des équations $AA^{-1} = I$ et $A^{-1}A = I$.

$$(A^{-1})^T A^T = I^T = I \text{ et } A^T (A^{-1})^T = I^T = I$$

Ces équations nous indiquent que A^T est inversible et que son inverse est $(A^{-1})^T$.

2.2.40)

D =

```
0.0050 0.0020 0.0010
0.0020 0.0040 0.0020
0.0010 0.0020 0.0050
```

y =

```
0.0800
0
0
```

>>S=inv(D)

S =

```
250 -125 0
-125 375 -125
0 -125 250
```

>>f=S*y

f =

20
-10
0

2.3.22)

L'énoncé (f) du théorème de la page 120, le théorème 4.1.1 des notes de cours, est faux pour la matrice C .
Donc, (h) est également faux. Les colonnes de C n'engendrent pas \mathbf{R}^n .

Note: Si $C\mathbf{x} = \mathbf{y}$ a plus d'une solution, alors la transformation $\mathbf{x} \rightarrow C\mathbf{x}$ ne peut être 1 à 1.

2.3.37)

a)

A =

4.5000 3.1000
1.6000 1.1000

b1 =

19.2490
6.8430

b2 =

19.2500
6.8400

>>A\b1

ans =

3.9400
0.4900

>>A\b2

ans =

2.9000
2.0000

b)

```
>>100*(A\b1-A\b2)./(A\b1)
```

```
ans =
```

```
26.3959  
-308.1633
```

L'erreur sur x_1 est d'environ 26% et l'erreur sur x_2 est d'environ 308% lorsque l'on utilise l'approximation de (4) au lieu de (3).

```
>>cond(A)
```

```
ans =
```

```
3.3630e+003
```

Problème Matlab

Fonction Matlab

```
function y=dev2(a,b,x)
```

```
y=exp(-a*x).*sin(b*x);
```

```
plot(x,y)  
xlabel('x')  
ylabel('f(x)')
```

Utilisation

```
>>x=[0:0.01:5];  
>>y=dev2(3,4,x);
```

