

MAT-19961 Calcul matriciel en génie

Devoir 8

1. Problème 5.1.21 du livre de Lay.
2. Problème 5.2.21 du livre de Lay.
3. Soit la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 34 \\ 2 & 7 & 43 \\ 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

Calculez le polynôme caractéristique de A et en déduire les valeurs propres. Calculez ensuite les espaces propres correspondants.

4. Refaire le problème 3, mais avec la matrice

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

5 [Matlab]

En utilisant la fonction Matlab `eig` et `rref`, calculez les valeurs propres et les espaces propres correspondants pour la matrice suivante

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 45 & 35 & -40 & -10 \\ 35 & 56 & 0 & -35 & -70 \\ -25 & -50 & -14 & 25 & 50 \\ 10 & -15 & -35 & 11 & -20 \\ 15 & 65 & 35 & -50 & -44 \end{bmatrix}$$

6. Problème Matlab

La Loi des grands nombres

La Loi des grands nombres en probabilité nous dit que la valeur moyenne calculée par l'équation

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)$$

tend vers $E(X)$, l'espérance mathématique de la variable aléatoire X (i.e. la "vraie" moyenne) lorsque N tend vers l'infini. $x(i)$ est une observation de la variable aléatoire X .

Faites une fonction Matlab qui permet d'observer l'évolution de la moyenne calculée selon l'équation ci-haut en fonction de N . Pour X , utilisez une variable aléatoire uniformément distribuée entre 4.5 et 5.5. Autrement dit, on vous demande de calculer

$$z(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x(i) \quad \text{pour } k = 1, 2, \dots, N$$

Votre fonction Matlab prend comme argument N et retourne z . Elle doit aussi tracer z en fonction de k . Montrez un exemple avec $N = 1000$.

Faites ensuite une autre fonction Matlab qui calcule $z(k)$ pour M expériences. La fonction prend comme arguments k et M et retourne un vecteur contenant les valeurs de $z(k)$. Cette fonction trace aussi l'histogramme des $z(k)$. Utilisez la fonction Matlab `hist`. Donnez un exemple avec $k = 200$ et $M = 1000$. Commentez l'allure de l'histogramme obtenu.

Lire les sections 5.3 et 5.4 du livre pour le prochain cours.