Département de génie électrique et de génie informatique
Faculté des sciences et de génie

P. Fortier

MAT-19961 Calcul matriciel en génie

Solutions - Devoir 11

1.

a) Vrai. Voir l'exemple 1, page 369 du livre, et l'énoncé a) du théorème 1, page 370 du livre.

b) Faux. Il manque la valeur absolue. Voir l'encadré juste avant l'exemple 2, page 371 du livre.

c) Vrai. Définition du complément orthogonal.

d) Vrai. Théorème de Pythagore.

e) Vrai. Théorème 3, page 375 du livre.

2. La transformation $T(\mathbf{x}) = \left(\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v}$ est linéaire.

$$T(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = \left(\frac{(\mathbf{x}+\mathbf{y})\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v} = \left(\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{v}+\mathbf{y}\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v} = \left(\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}+\frac{\mathbf{y}\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v}$$
$$= \left(\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v} + \left(\frac{\mathbf{y}\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v} = T(\mathbf{x}) + T(\mathbf{y})$$

$$T(c\mathbf{x}) = \left(\frac{(c\mathbf{x})\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v} = \left(\frac{c(\mathbf{x}\cdot\mathbf{v})}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v} = c\left(\frac{\mathbf{x}\cdot\mathbf{v}}{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}\right)\mathbf{v} = cT(\mathbf{x})$$

3.

a) Vrai. Mais tout ensemble orthogonal de vecteurs non nuls est linéairement indépendant. Voir le théorème 4, page 379 du livre.

b) Faux. Pour être orthonormal, les vecteurs de S doivent être des vecteurs unitaires (i.e. de longueur 1) et être aussi orthogonaux entre eux.

c) Vrai. Voir l'énoncé a) du théorème 7, page 385 du livre.

d) Vrai. Voir le paragraphe juste avant l'exemple 3, page 381 du livre.

e) Vrai. Voir le paragraphe juste avant l'exemple 7, page 386 du livre.

4.

$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{29}$.

$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{70}$.

dist($\mathbf{u}$,$\mathbf{v}$) = $\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\| = \sqrt{69}$.

Projection orthogonale de **v** sur la droite passant par l'origine et **u:** $\left(\dfrac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{u}}{\mathbf{u}\cdot\mathbf{u}}\right)\mathbf{u} = \dfrac{15}{29}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{60}{29} \\ \frac{45}{29} \\ \frac{-30}{29} \end{bmatrix}$.

5.

```
A =

    -6    -3     6     1
    -1     2     1    -6
     3     6     3    -2
     6    -3     6    -1
     2    -1     2     3
    -3     6     3     2
    -2    -1     2    -3
     1     2     1     6

>>A'*A

ans =

   100     0     0     0
     0   100     0     0
     0     0   100     0
     0     0     0   100
```

Le calcul de Matlab montre que $A^TA = 100I$. Comme les éléments en dehors de la diagonale de A^TA sont nuls, les colonnes de A sont donc orthogonales. Voir la preuve du théorème 6, page 384 du livre.

6.

```
% script pour le devoir 11

x=linspace(1,10,1000);
plot(x,fct2(x))
xlabel('x')
ylabel('f(x)')
hold on
[x1 y1]=ginput(1);
plot(x1,fct2(x1), 'og')
[x2 y2]=ginput(1);
plot(x2,fct2(x2), 'og')
x3=linspace(x1,x2);
bar(x3,fct2(x3))
quad8('fct2',x1,x2)
hold off
```

Exemple d'utilisation

```
function y=fct2(x)
y=1./(x.^2);

>>devoir11

ans =

    0.2516
```