Département de génie électrique et de génie informatique P. Fortier
Faculté des sciences et de génie

MAT-19961 Calcul matriciel en génie

Solutions - Devoir 4

1.

En classe, nous avons vu le réseau “série-parallèle” dont la matrice de transfert est donnée par:

$$\begin{bmatrix} 1 & -R_1 \\ -\frac{1}{R_2} & 1+\frac{R_1}{R_2} \end{bmatrix}$$

Avec la matrice de transfert de l’énoncé du problème, cela donne $R_1 = 5\ \Omega$ et $R_2 = 2\ \Omega$. Il faut vérifier que $1 + R_1/R_2 = 1+5/2 = 7/2$.

2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 11 \\ 6 & -6 & 10 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = U$$

La première colonne de L est la première colonne de A divisée par le pivot, 2. La deuxième colonne de L s’obtient en divisant la sous-colonne $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ par le pivot, 3 et la troisième colonne de L est simplement 1 divisé par lui-même. Cela nous donne donc:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

3.

On doit d’abord résoudre le système $L\mathbf{y} = \mathbf{b}$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 17 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$y_1 = 3$
$2y_1 + y_2 = 17$, $y_2 = 17 - 6 = 11$
$3y_1 - y_2 + y_3 = 4$, $y_3 = 4 - 9 + 11 = 6$

$\mathbf{y} = (3 \;\; 11 \;\; 6)$.

Le second système à résoudre est $U\mathbf{x} = \mathbf{y}$.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$x_3 = 6$
$3x_2 + 3x_3 = 11$, $x_2 = (11 - 18)/3 = -7/3$
$2x_1 - x_2 + 4x_3 = 3$, $x_1 = (3 - 7/3 - 24)/2 = -35/3$

$\mathbf{x} = (6 \;\; -7/3 \;\; -35/3)$

4.

En posant $U\mathbf{t}_{k+1} = \mathbf{s}_{k+1}$ dans l'équation $A\mathbf{t}_{k+1} = \mathbf{t}_k$, on obtient les deux systèmes à résoudre: $L\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{t}_k$ et $U\mathbf{t}_{k+1} = \mathbf{s}_{k+1}$.

```
A =

     5    -2     0     0     0
    -2     5    -2     0     0
     0    -2     5    -2     0
     0     0    -2     5    -2
     0     0     0    -2     5

>>[L U]=lu(A)

L =

    1.0000         0         0         0         0
   -0.4000    1.0000         0         0         0
```

```
         0   -0.4762    1.0000         0         0
         0         0   -0.4941    1.0000         0
         0         0         0   -0.4985    1.0000


U =

    5.0000   -2.0000         0         0         0
         0    4.2000   -2.0000         0         0
         0         0    4.0476   -2.0000         0
         0         0         0    4.0118   -2.0000
         0         0         0         0    4.0029

>>t0=[10 12 12 12 10]';
>>s1=L\t0;
>>t1=U\s1;
>>t1'

ans =

    5.2000    8.0000    8.8000    8.0000    5.2000

>>s2=L\t1;
>>t2=U\s2;
>>t2'

ans =

    3.1323    5.2308    5.9446    5.2308    3.1323

>>s3=L\t2;
>>t3=U\s3;
>>t3'

ans =

    1.9898    3.4083    3.9156    3.4083    1.9898

>>s4=L\t3;
>>t4=U\s4;
>>t4'

ans =

    1.2857    2.2194    2.5586    2.2194    1.2857
```

5.

Fonction Matlab

```
function z=dev4(t,w,tau)

[T TAU]=meshgrid(t,tau);

z1=exp(-T./TAU).*sin(w(1)*T);
z2=exp(-T./TAU).*sin(w(2)*T);
z=[z1;z2];

subplot(3,2,1)
plot(t,z1(1,:))
xlabel('t')
ylabel('f(t)')
subplot(3,2,3)
plot(t,z1(2,:))
xlabel('t')
ylabel('f(t)')
subplot(3,2,5)
plot(t,z1(3,:))
xlabel('t')
ylabel('f(t)')

subplot(3,2,2)
plot(t,z2(1,:))
xlabel('t')
ylabel('f(t)')
subplot(3,2,4)
plot(t,z2(2,:))
xlabel('t')
ylabel('f(t)')
subplot(3,2,6)
plot(t,z2(3,:))
xlabel('t')
ylabel('f(t)')
```

Exemple d'utilisation

```
>>t=linspace(0,10,1000);
>>w=[1 10];
>>tau=[1 5 10];
>>z=dev4(t,w,tau);
```