Département de génie électrique et de génie informatique P. Fortier
Faculté des sciences et de génie

MAT-19961 Calcul matriciel en génie

Solutions - Devoir 6

1.

a) Non. L'ensemble est fermé pour la multiplication par un scalaire, mais pas pour la somme de deux vecteurs. Par exemple, la somme (1, 0) et (0, -1) n'est pas dans l'ensemble.

b) Oui. A**u** = **0**.

2.

a) Faux. Un sous-espace doit satisfaire les trois conditions, pas seulement la première.

b) Faux. Voir le paragraphe après l'exemple 4 (p. 167 du livre).

c) Faux. Voir le paragraphe après l'exemple 4 (p. 166 du livre).

d) Vrai. Voir la définition du vecteur de coordonnées.

e) Vrai. Voir le paragraphe après l'exemple 11 (p. 173 du livre)

3.

a) dim Col A = rang A = n - dim Nul A = 5 - 2 = 3.

b) Rang A = n - dim Nul A = 4 - 3 = 2.

4.

On forme la matrice augmentée:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 & \mathbf{b}_2 & \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -3 & -5 & -5 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Il y avait une erreur dans l'énoncé du problème. Tel qu'énoncé, la réponse est évidente: $\mathbf{x} = 0\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_1$. Donc $[\mathbf{x}]_B = (0,1)$. un problème plus intéressant aurait été avec

$$\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}, \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

On obtient, pour ce problème-ci

$$\begin{bmatrix}\mathbf{b}_1 & \mathbf{b}_2 & \mathbf{x}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -3 & 2 & -5 \\ 4 & -5 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Donc, $[\mathbf{x}]_B = (3,2)$.

5.

```
A =

     2     3    -5     2     2
     3    -3     0     4     4
    -1     4     3     5    -1
     1    -4     2     2     3

>> rref(A)

ans =

     1     0     0     0    -1
     0     1     0     0    -1
     0     0     1     0    -1
     0     0     0     1     1
```

Les colonnes pivots sont les colonnes 1, 2, 3 et 4. Une base pour Col A est donc:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Les variables x_1, x_2, x_3 et x_4 sont liées. x_5 est libre. On a donc le système d'équations suivant:

$x_1 = x_5$
$x_2 = x_5$
$x_3 = x_5$
$x_4 = -x_5$
$x_5 = x_5$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = x_5 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Une base pour Nul A est donc donnée par:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

6.
Note, j'ai ajouté un cas afin de rendre la fonction plus robuste.

```
function y=dev6(sigma, a)

x=linspace(0,10,1000);
[S2,X]=meshgrid(sigma.^2,x);

if (a==0)
   y=exp(-(X.^2)./(2*S2))./(sqrt(2*pi*S2));
   plot(x,y)
   title('Fonction gaussienne')
   xlabel('x')
   ylabel('f(x)')
elseif (a==1)
   y=exp(-(X.^2)./S2).*(X./S2);
   plot(x,y)
   title('Fonction de Rayleigh')
   xlabel('x')
   ylabel('f(x)')
else
   y=[];
   'Erreur, a = 0 ou 1.'
end
```

Exemples d'utilisation.

```
sigma =

     1     2     5

>>y=dev6(sigma,0);
>> y=dev6(sigma,1);
>> y=dev6(sigma,2);

ans =

Erreur, a = 0 ou 1.
```