

MAT-19961 CALCUL MATRICIEL EN GÉNIE

Solutions - Examen partiel #2 de l'automne 1995

1)

a,f,g,h,i,j) V

b,c,d,e) F

2)

Pas à l'examen de 1997.

3)

a) $\lambda^3 - 12\lambda - 16$. Les racines sont 4, -2, -2. Donc -2 est l'autre valeur propre (double).

b)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4)

a)

$$\mathbf{x}_0 = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

4) (suite)

b)

$$\mathbf{x}_k = \left(2 \cdot 3^k\right) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} + \left(1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^k\right) \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} + \left(2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^k\right) \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

c)

$$\mathbf{x}_k \rightarrow \left(2 \cdot 3^k\right) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{pour} \quad k \rightarrow \infty$$

5)

6.2.29, p. 387.

6)

Avec la méthode de Gram-Schmidt, on trouve les 3 vecteurs orthogonaux suivants:

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

En normalisant ces vecteurs, on obtient la matrice Q :

$$Q = \frac{1}{\sqrt{12}} \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice R est obtenue en faisant $R = Q^T A$.

$$R = \frac{1}{\sqrt{12}} \begin{bmatrix} 12 & -36 & -6 \\ 0 & 12 & 30 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

7)

Problème supplémentaire 6.11, p. 439.

8)

Problème supplémentaire 5.13, p. 365.