

MAT-19961 CALCUL MATRICIEL EN GÉNIE

Solutions - Examen partiel #2

1.

114

2.

a)

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} &= (b-a) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & b-a & b^2-a^2 \\ 0 & c-a & c^2-a^2 \end{vmatrix} \\
 &= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & 1 & b+a \\ 0 & 1 & c+a \end{vmatrix} \\
 &= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & 1 & b+a \\ 0 & 0 & c-b \end{vmatrix} \\
 &= (b-a)(c-a)(c-b)
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} &= 1 \cdot \begin{vmatrix} b & b^2 \\ c & c^2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} a & a^2 \\ c & c^2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} a & a^2 \\ b & b^2 \end{vmatrix} \\
 &= (bc^2 - cb^2) - (ac^2 - ca^2) + (ab^2 - a^2b)
 \end{aligned}$$

2. (suite)

Si on multiplie les termes de la réponse obtenue en a), on obtient la réponse de b).

3.

Problème 5.1.21, p. 199.

4.

Problème 5.2.33 p. 210.

5.

Problème 5.6.1, p.241.

6.

$$\text{a) } \lambda_1 = 0.5 \quad \lambda_2 = 1 \quad \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \mathbf{x}_0 = -10\mathbf{u}_1 + 10\mathbf{u}_2$$

$$\mathbf{x}_k = -10\lambda_1^k \mathbf{u}_1 + 10\lambda_2^k \mathbf{u}_2 = -10(0.5)^k \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 10(1)^k \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 - 10(0.5)^k \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } \text{Pour } k \rightarrow \infty \text{ on a } (0.5)^k \rightarrow 0 \text{ et donc } \mathbf{x}_k \rightarrow \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

$$\text{En général, si } \mathbf{x}_k = c_1 (0.5)^k \mathbf{u}_1 + c_2 (1)^k \mathbf{u}_2, \mathbf{x}_k \rightarrow c_2 \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 2c_2 \\ c_2 \end{bmatrix}.$$

$$\text{d) } \text{Oui, si } \mathbf{x}_0 = c\mathbf{u}_1 \text{ avec } c \neq 0, \text{ on a } \mathbf{x}_k = c(0.5)^k \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{0} \text{ pour } k \rightarrow \infty.$$

7.

Problème supplémentaire 6.3b, p. 329.

8.

Problème supplémentaire 6.4, p. 329.